Nombre:

Examen Parcial Economía Financiera

Instructor: Miguel Cantillo

Instrucciones: Tienes 90 minutos para completar este examen, que consiste de una sección de falso y verdadero, y un problema. Puedes (¿debes?) usar una calculadora y una hoja de apuntes por los dos lados. Enseña todo su trabajo: respuestas que sólo contengan frases escuetas y sin explicación recibirán muy poco crédito. **¡Buena Suerte!**

Parte I: Falso o Verdadero (40 puntos)

La parte de falso o verdadero contiene quince proposiciones. Decide si son verdaderas o falsas. *De ser falsas, explica porqué en un par de líneas.*

1. __________ Una función de utilidad con tolerancia al riesgo $T(w) = aw^2 + b$ es una condición suficiente para separación de carteras. **Falso, en este caso no habría separación de carteras, se necsitaría, p.e. distribuciones estables.**

2. __________ Una función ordinal de utilidad sólo permite transformaciones lineales positivas para mantener sus propiedades. **Falso, permite transformaciones monotónicas.**

3. __________ Si sólo sabemos que la función de utilidad tiene u'>0 y $u'' < 0$ es imposible ordenar los siguientes fondos por dominancia estocástica. **Falso.** $A \succ_{SOSD} B$

Repagos	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$f(t)$	**0,2**	**0,2**	**0,2**	**0,2**	**0,2**
$g(t)$	**0,4**	**0,2**	**0,0**	**0,0**	**0,4**
$F(t)$	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1,0**
$G(t)$	**0,4**	**0,6**	**0,6**	**0,6**	**1,0**
$F(t) - G(t)$	**-0,2**	**-0,2**	**0,0**	**+0,2**	**0,0**
$\int_{-\infty}^{t} (F(s) - G(s))\, ds$		**-0,2**	**-0,4**	**-0,4**	**-0,2**

4. __________ Un equilibrio competitivo en una economía de intercambio con mercados completos es Pareto eficiente, siempre y cuando las utilidades sean iguales entre sí. **Falso, no es necesario que las utilidades sean iguales entre sí.**

5. __________ Con una función de utilidad $u(w) = -\frac{1}{w}$ se evita la súper paradoja de San Petersburgo. **Verdadero, ya que las utilidades tienen un techo.**

6. __________ Un mercado con tres estados de la naturaleza y tres instrumentos complejos con los repagos dados abajo está completo. **Falso, instrumento 3 es una combinación lineal de 1 y 2** $x_3 = \frac{2}{3}x_2 + x_1$**.**

7. __________ El principio de separación de Fisher dice que en un mercado completo, una empresa seleccionará los proyectos independientemente de la identidad de los dueños, cuando maximiza el VAN. **Verdadero.**

8. __________ Un ermitaño con una función de utilidad de la riqueza w dada por $u(w) = max(k-w, 0)$ es averso al riesgo. **Falso, la función de repago es convexa en** w**, por lo que el ermitaño es amante al riesgo aún cuando** $u' < 0$**.**

9. __________ El teorema Modigliani Miller dice que el valor del patrimonio de una empresa no cambia con distintas estructuras de capital. **Falso, dice que el valor del negocio (patrimonio más deuda) es invariable con cambios en la estructura de capital.**

10. __________ Con utilidades cuadráticas, la aversión al riesgo relativa (RRA) disminuye conforme aumenta la riqueza. Falso $u(w) = aw - \frac{b}{2}w^2$, con $w \leq a/b$ con $ARA = \frac{b}{a-bw}$ y $RRA = \frac{bw}{a-bw}$ y $\frac{\partial RRA}{\partial w} = \frac{b}{(a-bw)^2} > 0$.

Nombre:
Número Carné:

Parte II: Problemas (60 puntos)

Instrucciones: La segunda parte consta de dos problemas, **de los cuales deberá contestar** 1.

Problema 1 (60 puntos)

El capitán Picard es dueño de una nave, el Enterprise, que vale 50.000 créditos de la Federación (CDF). El capitán Picard también tiene 10.000 CDF en ahorros, que le dan dan un rendimiento del 7 %. Estos dos activos constituyen su riqueza actual. Picard debe renovar el seguro de su nave con el instituto naviero de seguros (INS). Los posibles daños al Enterprise son los siguientes:

Cuadro 1: Distribución de Daños del Enterprise

Valor del Daño	Probabilidad
0	0,980
5.000	0,010
10.000	0,005
50.000	0,005

El INS le está cotizando las siguientes primas

Cuadro 2: Primas cobradas por el INS

Seguro	Monto Asegurado	Prima
Seguro 1	30.000	$20 + AVL_1$
Seguro 2	50.000	$15 + AVL_2$

AVL_i = valor esperado de las pérdidas del asegurador. El seguro cubre hasta el monto asegurado, pero más allá de eso el asegurado debe hacerse cargo de la pérdida.

La función de utilidad de Picard es $u(w) = \sqrt{w}$

1. Explique brevemente los supuestos detrás del desarrollo de utilidades cardinales, y cómo difieren estos supuestos del de los usados para las utilidades ordinales (5 puntos) Explique el axioma de independencia para desarrollar utilidades cardinales y de un ejemplo dónde este supuesto se violaría (5 puntos). **Resumidamente, loa axiomas son A1 Comparabilidad. Puedo comparar cualquier alternativa. Formalmente, para cada $x \epsilon S$ y $y \epsilon S$ debe ser cierto que $x \succ y$ o $y \succ x$ o $x \sim y$. A2 Transitividad (Consistencia): Si $x \succ y$ y $y \succ z$ entonces $x \succ z$. A3 Independencia fuerte. Si $x \succ y$ entonces una lotería que da x con probabilidad α y z con el complemento es preferida a una lotería que da y con probabilidad α y z con probabilidad $1 - \alpha$. Formalmente $x \succ y \Rightarrow \alpha x + (1 - \alpha)z \succ \alpha y + (1 - \alpha)z$. No siempre se cumple, como en el ejemplo de Kreps de la cena con aperitivo y postre igual (salmón y pie de manzana), y donde prefiero en el plato fuerte el salmón al bistec, pero en la cena dependiendo de lo que tenga alrededor escoja otra cosa. A4 Medibilidad (Continuidad). Si $x \succ y \succeq z$ o $x \succeq y \succ z$ entonces existe una única probabilidad α tal que $y \sim \alpha x + (1 - \alpha)z$. A5 Ranking (Dominancia). Si $x \succ y$ entonces $\alpha x + (1 - \alpha)y \succ \beta x + (1 - \beta)y$**

si y sólo si $\alpha > \beta$. Teorema: bajo A1-A5. las decisiones hechas por una persona que se enfrenta a dos o más loterías con m posibles premios será la decisión de la lotería que maximice la utilidad esperada $E[u(w_i)] = \sum_{i=1}^{m} \pi_i(w_i)u(w_i)$ donde $u(x_i)$ es una utilidad cardinal de obtener un premio x_i y π_i es la probabilidad de obtener un premio x_i. La utilidad $u()$ se conoce como la utilidad von Neumann Morgenstern. Las utilidades ordinales no necesitan la A3 ni la A5; adicionalmente, si el set de escogencia es finito, tampoco necesitan de la $A4$.

2. Explique brevemente y calcule la aversión al riesgo absoluta de Picard. ¿Aumenta o disminuye con aumentos en la riqueza? (5 puntos). Picard está considerando una inversión con un riesgo simétrico de $\sigma_e = 0{,}20$ y ha oído de la medida Pratt-Arrow de prima. Calcúlela para el nivel actual de riqueza de Picard y explique si es adecuado usarla para considerar este riesgo. (5 puntos) $u'(w) = 0{,}5w^{-0{,}5}$ **y** $u''(w) = -0{,}25w^{-1{,}5}$ **por lo que** $ARA = \frac{1}{2w}$ **y el ARA disminuye con aumentos en la riqueza. la medida Pratt-Arrow se calcularía con** $w = 70{,}000$ **y** $\sigma_e = 0{,}20$**, de manera que si esto afecta toda la riqueza de Picard, tenemos** $\sigma_w = 0{,}20 \times 70000$ **para dar** $\pi_i = \frac{(0{,}2\times 70000)^2}{4\times 70{,}000} = 3500$**, es decir que Picard estaría dispuesto a pagar hasta 3500 CDF para salirse de este juego. La medida Pratt Arrow no es muy adecuada aquí, ya que se usa para cambios simétricos y pequeños, que en este caso no lo son.**

3. Si el INS está de acuerdo con los estimados de Picard, ¿cuál seguro debería tomar, o debería no tomar ninguno? (25 puntos) **Note que si no toma el seguro, Picard tiene 10.000 CDF para invertir, y por lo tanto un ingreso por ahorros de 10700 en el siguiente periodo. Si toma el seguro de 30.000 CDF, el** $AVL + 20 = 270$ **y Picard sólo se queda con 9730 CDF de ahorro, lo que le genera 10411 CDF en el siguiente periodo. Si Picard toma el seguro completo, el** $AVL + 15 = 365$ **por lo que quedan 9635 CDF para ahorrar y tiene un ingreso por ahorros de 10309. Las riquezas son los dados abajo. Por lo tanto Picard escoge el seguro 2.**

Estado	f	**Sin seguro**	u	**Seguro 1**	u	**Seguro 2**	
a	**0,98**	**60700**	**246,37**	**60411**	**245,79**	**60309**	**245,58**
b	**0,01**	**55700**	**236,01**	**60411**	**245,79**	**60309**	**245,58**
c	**0,005**	**50700**	**225,17**	**60411**	**245,79**	**60309**	**245,58**
d	**0,005**	**10700**	**103,44**	**40411**	**201,03**	**60309**	**245,58**
$E(w)$			**245,45**		**245,56**		**245,58**

4. Un encuentro traumático con Mr. Borg ha alterado la actitud de Picard ante el riesgo. No sabemos su nueva función de utilidad, sólo que es globalmente más averso al riesgo que antes. Explique qué sería el nuevo seguro que escoge, y porqué. (15 puntos). Pista: para su respuesta use lo encontrado en (3). **Al hacerse más averso al riesgo, esto significa según el teorema de Pratt que** $\pi_i' > \pi_i$ **donde la tilde representa al agente más averso al riesgo. Pero en (3) vimos que Picard estaba dispuesto a pagar la prima que el INS le ofrecía, por lo que el Picard más averso al riesgo también lo haría.**

Nombre:
Número Carné:

Problema 2 (60 puntos)

En una economía de dos periodos ($t = 0$ y $t = 1$) existen dos estados de la naturaleza para $t = 1$: $S = \{Paz, Guerra\}$ y dos empresas: Cervecería Andoriana (CA) y Armería Klingon (AK) que generan la siguientes créditos de la federación (CDF) en $t = 1$.

Cuadro 3: Repagos

Empresa	Paz	Guerra
CA	45	50
AK	31	64

1. Explique en qué consiste un mercado completo, y verifique que éste lo sea (5 puntos). Explique porqué se dice que en un mercado completo, el equilibrio es Pareto óptimo (10 puntos). **Un mercado completo es donde hay igual número de títulos puros como estados de la naturaleza. En este caso debemos verificar que haya tantos instrumentos complejos independientes como estados de la naturaleza (2 en este caso). Para ver esto, tomamos** $det\begin{pmatrix} 45 & 50 \\ 31 & 64 \end{pmatrix} = 45 \times 64 - 50 \times 31 = 1330 \neq 0$ **y vemos que de hecho son linearmente independientes, por lo que si está completo el mercado. El equilibrio competitivo es Pareto óptimo, porque las condiciones de optimalidad del equilibrio competitivo son iguales a las de un planificador social que le da un peso** $\theta_i = \left[\frac{\partial u_i}{\partial c_i}\right]^{-1}$ **a cada agente.**

2. En esta economía existen dos agentes: Uhura, que es dueña de CA y tiene una dotación inicial de 40 CDF. El otro agente, Kirk, es dueño de AK y también tiene una dotación inicial de 40 CDF. Tanto Kirk como Uhura creen que la probabilidad de los estados de la naturaleza $\{Paz, Guerra\}$ es de $\{0{,}50, 0{,}50\}$ y la función de utilidad de Uhura y Kirk es de $u_i = ln(c_{i0}) + 0{,}95 ln(c_{i1})$. Encuentre el equilibrio, a saber

   Tenemos las condiciones de optimalidad donde cada agente

$$L_i = ln(c_{i0}) + 0,95[0{,}5 ln(c_{i1}) + 0{,}5 ln(c_{i2})] + \lambda_i \left[e_{i0} + p_1 e_{i1} + p_2 e_{i2} - c_{i0} - p_1 c_{i1} - p_2 c_{i2}\right]$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial c_{i0}} = \frac{1}{c_{i0}} - \lambda_i = 0$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial c_{is}} = \frac{0{,}95 \times 0,5}{c_{is}} - \lambda_i p_{is} = 0 \rightarrow p_{is} = \frac{0{,}95 \times 0{,}5 c_{i0}}{c_{is}}$$

$$c_{is} = \frac{0{,}475 c_{i0}}{p_s}$$

a) **Las condiciones de equilibrio general son**

$$c_{u0} + c_{k0} = e_{u0} + e_{k0} = 80$$

$$c_{u1} + c_{k1} = 76 = \frac{0{,}475(c_{u0} + c_{k0})}{p_1} = \frac{38}{p_1} \rightarrow p_1 = \frac{1}{2} \rightarrow E(r_1) = \frac{0{,}5}{0{,}5} - 1 = 0$$

$$c_{u2} + c_{k2} = 114 = \frac{0{,}475(c_{u0} + c_{k0})}{p_2} = \frac{38}{p_2} \rightarrow p_2 = \frac{1}{3} \rightarrow E(r_2) = \frac{0{,}5}{0{,}33} - 1 = 0{,}50$$

b) **El precio del bono libre de riesgo es** $p = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ **y la tasa libre de riesgo es** $r_f = \frac{6}{5} - 1 = 0{,}20$ **o el 20 %**

c) **las probabilidades neutras al riesgo son** $\widetilde{\pi}_1 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = 0{,}6$ **y** $\widetilde{\pi}_2 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} = 0{,}40$.

d) **El precio de** $p_{CA} = \frac{45}{2} + \frac{50}{3} = 39{,}17$ **y** $E(r_{CA}) = \frac{47{,}5}{39{,}17} - 1 = 0{,}2127$ **y el de** $p_{AK} = \frac{31}{2} + \frac{64}{3} = 36{,}83$ **y** $E(r_{AK}) = \frac{47{,}5}{36{,}83} - 1 = 0{,}2896$.

3. Suponga que existe una empresa llamada Bibliotecas Vulcano (BV) con repagos (40,60) y que se cotiza a un precio de 42 CDF. Explique detalladamente las posibilidades de arbitraje con títulos puros en esta economía. (10 puntos). $p_{BV} = \frac{40}{2} + \frac{60}{3} = 40$ **usando los títulos puros. La oportunidad de arbitraje es vender al descubierto BV y comprar 40 títulos puros del estado paz (costo 20), y 60 títulos puros de estado guerra (costo 20). La suma de estos tres elementos es +2, y los pagos en los estados de la naturaleza son cero, por lo que tengo arbitraje.**

4. Resulta que ahora Uhura tiene una probabilidad subjetiva de los estados de la naturaleza $\{Paz, Guerra\}$ de $(0,40, 0,60)$ mientras que Kirk mantiene una probabilidad subjetiva de esos estados de la naturaleza de $(0,60, 0,40)$. Recalcule los precios de los títulos puros. (15 puntos)

   Tenemos 8 incógnitas ($c_{u0}, c_{u1}, c_{u2}, c_{k0}, c_{k1}, c_{k2}, p_1, p_2$). **Empezamos con las condiciones de Kirk de optimalidad:**

$$p_1 = 0,95 \times 0,6 \times \frac{c_{k0}}{c_{k1}} \rightarrow c_{k1} = \frac{0,57}{p_1} c_{k0} \tag{1}$$

$$p_2 = 0.95 \times 0,4 \times \frac{c_{k0}}{c_{k2}} \rightarrow c_{k2} = \frac{0,38}{p_2} c_{k0} \tag{2}$$

   Ahora vemos las condiciones de equilibrio general:

$$c_{u0} + c_{k0} = 80 \rightarrow c_{u0} = 80 - c_{k0} \tag{3}$$

$$c_{u1} = 76 - c_{k1} = 76 - \frac{0,57}{p_1} c_{k0} \tag{4}$$

$$c_{u2} = 114 - c_{k2} = 114 - \frac{0,38}{p_2} c_{k0} \tag{5}$$

Las condiciones de optimalidad para Uhura son:

$$p_1 = 0,95 \times 0,4 \left(\frac{c_{u0}}{c_{u1}} \right) = 0,38 \left(\frac{80 - c_{k0}}{76 - \frac{0,57}{p_1} c_{k0}} \right) \rightarrow p_1 = 0,40 + 0,0025 c_{k0} \tag{6}$$

$$p_2 = 0,95 \times 0,6 \left(\frac{c_{u0}}{c_{u2}} \right) = 0,57 \left(\frac{80 - c_{k0}}{114 - \frac{0,38}{p_2} c_{k0}} \right) \rightarrow p_2 = 0,40 - 0,0017 c_{k0} \tag{7}$$

La Restricción presupuestaria de Kirk es:

$$1,95 c_{k0} = 40 + 31 p_1 + 64 p_2 = 40 + 12,4 - 0,0517 c_{k0} + 25,6 + 0,16 c_{k0} \rightarrow c_{k0} = 42.3522 \tag{8}$$

De aquí se puede resolver todo lo demás. $p_1 = 0,5059$ $p_2 = 0,3294$**, que son levemente distintos de los precios de equilibrio con expectativas homogéneas, igual que las probabilidades neutras de riesgo que ahora son** $\tilde{\pi}_1 = 0{,}6057$ **y** $\tilde{\pi}_2 = 0,3943$**.**