Pregunta 1

A. Encuentre la elasticidad precio y elasticidad ingreso de la demanda agregada del bien Xj si en una economía existen m consumidores que presentan una función de utilidad igual a:

$$U_i = \prod_{j=1}^{n} X_j^{\emptyset_{ij}}, i = 1, \ldots, m;$$

$$x_j^i = \frac{\emptyset_{ij} m_i}{P_j \sum_{k=1}^{n} \emptyset_{ik}};\ \eta_{x_j,P_j}^i = -1;\ \eta_{x_j,m_i}^i = 1$$

$$\eta_{X_j,P_j} = \sum_{i=1}^{n} \eta_{x_j,P_j}^i \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right) = -\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right) = -1;$$

$$\eta_{X_j,M} = \sum_{i=1}^{n} \eta_{x_j,m_i}^i \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right)\left(\frac{M}{m_i}\frac{dm_i}{dM}\right) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right)\left(\frac{M}{m_i}\frac{dm_i}{dM}\right)$$

B. Encuentre la elasticidad precio y elasticidad ingreso de la demanda agregada del bien Xj si en una economía existen m consumidores que presentan una función de utilidad igual a:

$$U_i = X_1 + \sum_{j=2}^{n} \emptyset_{ij} ln X_j \quad , i = 1, \ldots, m$$

$$x_j^i = \emptyset_{ij} \frac{P_1}{P_j};\ \eta_{x_j,P_j}^i = -1;\ \eta_{x_j,m_i}^i = 0$$

$$\eta_{X_j,P_j} = \sum_{i=1}^{n} \eta_{x_j,P_j}^i \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right) = -\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right) = -1;$$

$$\eta_{X_j,M} = \sum_{i=1}^{n} \eta_{x_j,m_i}^i \left(\frac{x_j^i}{X_j}\right)\left(\frac{M}{m_i}\frac{dm_i}{dM}\right) = 0$$

Pregunta 2

A. Una economía está compuesta por n individuos que consumen dos bienes, X e Y, la función de utilidad de cada individuo está representada por la siguiente función de utilidad:

$$U_i = X_i^{\emptyset_i} Y_i^{1-\emptyset_i}$$

a. Encuentre los precios y los niveles de consumo óptimos del equilibrio general de esta economía si los individuos son dotados con una misma cantidad de cada bien.

$$X_i = \emptyset_i \frac{\left(\frac{\bar{X}}{n} P_x + \frac{\bar{Y}}{n} P_y\right)}{P_x} \to \sum_{i=1}^{n} \emptyset_i \left(\frac{\bar{X}}{n} + \frac{\bar{Y}}{n}\frac{P_y}{P_x}\right) = \bar{X} \to \frac{P_y}{P_x} = \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(1-\emptyset_i)}{\sum_{i=1}^{n}\emptyset_i}\right)$$

$$X_i = \emptyset_i \left(\frac{\bar{X}}{n} - \frac{\bar{Y}}{n}\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(1-\emptyset_i)}{\sum_{i=1}^{n}\emptyset_i}\right)\right) = \frac{\emptyset_i}{\sum_{i=1}^{n}\emptyset_i}\bar{X},\ \ Y_i = \frac{(1-\emptyset_i)}{\sum_{i=1}^{n}(1-\emptyset_i)}\bar{Y}$$

b. Encuentre el conjunto de óptimos de Pareto.

$$\frac{\emptyset_i Y_i}{(1-\emptyset_i)X_i} = \frac{\emptyset_j Y_j}{(1-\emptyset_j)X_j}, \sum_{k=1}^{n} X_k = \bar{X}, \sum_{k=1}^{n} Y_k = \bar{Y}$$

B. Una economía está compuesta por n individuos que consumen dos bienes, X e Y, la función de utilidad de cada individuo está representada por la siguiente función de utilidad:

$$U_i = X_i \ + \emptyset_i ln Y_i$$

a. Encuentre los precios y los niveles de consumo óptimos del equilibrio general de esta economía si los individuos son dotados con una misma cantidad de cada bien.

$$Y_i = \emptyset_i \frac{P_x}{P_y} \to \sum_{k=1}^{n} \emptyset_k \frac{P_x}{P_y} = \bar{Y} \to \frac{P_x}{P_y} = \frac{\bar{Y}}{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}$$

$$Y_i = \frac{\emptyset_i}{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}\bar{Y}, X_i = \frac{m}{P_x} - \emptyset_i = \left(\frac{\bar{X}}{n} + \frac{\bar{Y}}{n}\frac{P_y}{P_x}\right) - \emptyset_i = \frac{\bar{X}}{n} + \frac{\bar{Y}}{n}\frac{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}{\bar{Y}} - \emptyset_i = \frac{\bar{X}}{n} + \frac{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}{n} - \emptyset_i$$

b. Encuentre el conjunto de óptimos de Pareto.

$$\frac{Y_1}{\emptyset_1} = \frac{Y_2}{\emptyset_2} = \cdots = \frac{Y_i}{\emptyset_i} = \cdots = \frac{Y_n}{\emptyset_n}, \sum_{k=1}^{n} X_k = \bar{X}, \sum_{k=1}^{n} Y_k = \bar{Y}$$

$$\frac{Y_1}{\emptyset_1} = \frac{Y_2 + \cdots + Y_n}{\emptyset_2 + \cdots + \emptyset_n} = \frac{\bar{Y} - Y_1}{\sum_{k=2}^{n}\emptyset_k} \to Y_1 = \frac{\emptyset_1}{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}\bar{Y}$$

$$Y_i = \frac{\emptyset_i}{\sum_{k=1}^{n}\emptyset_k}\bar{Y}$$

Pregunta 3

A. En una economía se ofrecen n bienes y la función de utilidad del consumidor representativo está dada por:

$$U = \prod_{i=1}^{n} X_i$$

Si el gobierno decide tasar el bien X_i con un impuesto unitario igual a i (o sea, el bien 1 con un impuesto de 1, el bien 2 con un impuesto de 2, …), encuentre el Costo en Bienestar de este sistema tributario en el equilibrio general.

$$\frac{\emptyset_i}{\emptyset_j}\frac{x_j}{x_i} = \frac{P_i}{P_j} \rightarrow x_i = \frac{\emptyset_i}{\emptyset_j}\frac{P_j}{P_i}x_j \rightarrow U = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\emptyset_i}{\emptyset_j}\frac{P_j}{P_i}x_j\right)^{\emptyset_i} = \frac{P_j}{\emptyset_j}x_j\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\emptyset_i}{P_i}\right)^{\emptyset_i}$$

$$x_j = \mathrm{U}\frac{\emptyset_j}{P_j}\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i}{\emptyset_i}\right)^{\emptyset_i}$$

$$S_{jk} = \mathrm{U}\frac{\emptyset_j\emptyset_k}{P_jP_k}\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i}{\emptyset_i}\right)^{\emptyset_i}; \quad S_{jj} = -\mathrm{U}\frac{\emptyset_j(1-\emptyset_j)}{P_j^2}\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i}{\emptyset_i}\right)^{\emptyset_i}$$

$$CB = \left[\frac{1}{2}\mathrm{U}\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i}{\emptyset_i}\right)^{\emptyset_i}\right]\left[\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\emptyset_j(1-\emptyset_j)}{P_j^2}j^2\right) - \left(\sum_{j}^{n}\sum_{k\neq j}^{n}\frac{\emptyset_j\emptyset_k}{P_jP_k}jk\right)\right]$$

B. En una economía se ofrecen n bienes y la función de utilidad del consumidor representativo está dada por:

$$U = X_1 + \sum_{j=2}^{n} lnX_j$$

Si el gobierno decide tasar el bien X_i con un impuesto unitario igual a i (o sea, el bien 1 con un impuesto de 1, el bien 2 con un impuesto de 2, …), encuentre el Costo en Bienestar de este sistema tributario en el equilibrio general.

$$x_j = \frac{P_1}{P_j};\; x_1 = U - \sum_{j=2}^{n}\frac{P_1}{P_j}; \quad S_{jk} = 0, j \neq k; j \neq 1; \quad S_{jj} = -\frac{P_1}{P_j^2};\; S_{11} = -\frac{n}{P_1};\; S_{1j} = \frac{1}{P_j}, j \neq 1$$

$$CB = \frac{1}{2}\frac{n}{P_1}T_1^2 - \sum_{j=2}^{n}\frac{1}{P_j}T_1T_j + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{n}\frac{P_1}{P_j^2}T_j^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{P_1} - \sum_{j=2}^{n}\frac{j}{P_j} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{n}\frac{P_1}{P_j^2}j^2$$

$$CB = \frac{1}{2}\left(\frac{n}{2}\right) - \sum_{j=2}^{n}\frac{j}{(j+1)} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{n}\frac{2j^2}{(j+1)^2} = \frac{n}{4} - \sum_{j=2}^{n}\frac{j}{(j+1)^2}$$