Instrucciones:

1. Conteste cada una de las preguntas.
2. La primera pregunta se activará a las 8 am, la segunda a las 8:40 am y la tercera a las 9:20 am.
3. Tome una fotografía a cada uno de los enunciados que se le asignará.
4. Debe enviar una fotografía de sus respuestas a las 3 preguntas al WhatsApp del profesor a más tardar a las 10 am. Cada minuto tarde será penalizado con 5 puntos de 100.
5. Luego de enviar las fotografías, debe enviar un **<u>único</u>** archivo pdf con sus respuestas las cuales deben ser idénticas a las fotografías enviadas. Cualquier alteración en relación con las fotografías lo harán perder la totalidad de los puntos.
6. Estructura del pdf. El archivo pdf debe estructurarse de la siguiente manera:
   - Enunciado pregunta 1 – respuesta pregunta 1.
   - Enunciado pregunta 2 – respuesta pregunta 2.
   - Enunciado pregunta 3 – respuesta pregunta 3.
7. El nombre del archivo pdf debe ser: Carné - Primer apellido, Segundo apellido, Nombre, carné. Ejemplo: C01234 - Alfaro Bravo Carla

Pregunta 1. Relaciones entre las demandas hicksianas y marshallianas

Encuentre la demanda marshalliana, hicksiana y la función de costos de las siguientes funciones de utilidad:

a. $U(x_1, x_2) = \min\{\max(2x_1, x_2); \max(x_1, 2x_2)\}$

$$a.1) Para\ P_1 < P_2 \Rightarrow x_1^M = \frac{m}{P_1}; x_2^M = 0$$
$$x_1^h = U;\ x_2^h = 0; C^* = UP_1$$

$$a.2) Para\ P_2 < P_1 \Rightarrow x_2^M = \frac{m}{P_2}; x_1^M = 0$$
$$x_1^h = 0;\ x_2^h = U; C^* = UP_2$$
$$a.3) Para\ P_2 = P_1 \Rightarrow x_2^M = x_1^M = \frac{m}{P_1 + P_2};$$
$$x_1^h = x_2^h = \frac{U}{2}; C^* = \frac{U(P_1 + P_2)}{2}; o, a.1, o, 1.2$$

b. $U(x_1, x_2) = \max\{min(2x_1, x_2); min(x_1, 2x_2)\}$

$$Para\ P_1 < P_2 \Rightarrow x_2 = 2x_1 \Rightarrow x_1^M = \frac{m}{P_1 + 2P_2}; x_2^M = \frac{2m}{P_1 + 2P_2}$$
$$x_1^h = \frac{U}{2};\ x_2^h = U; C^* = U\left(\frac{P_1}{2} + P_2\right)$$

$$Para\ P_2 < P_1 \Rightarrow x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_2^M = \frac{m}{2P_1 + P_2}; x_1^M = \frac{2m}{2P_1 + P_2}$$

$$x_1^h = U;\ x_2^h = \frac{U}{2}; C^* = U\left(P_1 + \frac{P_2}{2}\right)$$

c. $U(x_1, x_2) = x_1 + \min(x_1^2, x_2)$

$$c.1) Para\ P_1 < P_2 \Rightarrow x_1^M = \frac{m}{P_1}; x_2^M = 0$$
$$x_1^h = U;\ x_2^h = 0; C^* = UP_1$$

$$c.2) Para\ P_2 < P_1 \Rightarrow x_2 = x_1^2 \Rightarrow P_1 x_1 + P_2 x_1^2 = m \Rightarrow x_1^2 + \frac{P_1}{P_2} x_1 - \frac{m}{P_2} = 0$$
$$x_1^M = \frac{-\frac{P_1}{P_2} + \left[\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 + \frac{4m}{P_2}\right]^{1/2}}{2};\ x_2^M = \left\{\frac{-\frac{P_1}{P_2} + \left[\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 + \frac{4m}{P_2}\right]^{1/2}}{2}\right\}^2$$
$$U = x_1^2 + x_1 \rightarrow U = x_1^2 + x_1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \rightarrow U = \left(x_1 + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$
$$\rightarrow x_1^h = \left(U + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2};\ x_2^h = \left[\left(U + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\right]^2;$$
$$C^* = P_1\left[(U + 1/4)^{1/2} - \frac{1}{2}\right] + P_2\left[(U + 1/4)^{1/2} - \frac{1}{2}\right]^2$$
$$a.3) Para\ P_2 = P_1 \Rightarrow Entre\ c.1\ y\ c.2$$

d. $U(x_1, x_2) = \min(2x_1 + x_2; x_1 + 2x_2)$

$$d.1) Para\ P_1 < \frac{P_2}{2} \Rightarrow x_1^M = \frac{m}{P_1}; x_2^M = 0$$
$$x_1^h = \frac{U}{2};\ x_2^h = 0; C^* = \frac{UP_1}{2}$$

$$d.2) Para\ P_1 > 2P_2 \Rightarrow x_2^M = \frac{m}{P_2}; x_1^M = 0$$
$$x_1^h = 0;\ x_2^h = \frac{U}{2}; C^* = \frac{UP_2}{2}$$
$$d.3) Para\ 2P_2 > P_1 > \frac{P_2}{2} \Rightarrow x_2^M = x_1^M = \frac{m}{P_1 + P_2};$$
$$x_1^h = x_2^h = \frac{U}{3}; C^* = \frac{U(P_1 + P_2)}{3}$$

$$d.4) Para\ P_1 = \frac{P_2}{2} \Rightarrow Entre\ d.1\ y\ d.3$$

$$d.5) Para\ P_1 = 2P_2 \Rightarrow Entre\ d.2\ y\ d.3$$

Pregunta 2. Óptimo del consumidor

Un consumidor que posee un ingreso igual a m presenta la siguiente función de utilidad:

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{1/2}$$

a. Obtenga la demanda Marshalliana y Hicksiana.

$$\left(\frac{x_j}{x_i}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{P_i}{p_j} \to \frac{x_j}{x_i} = \left(\frac{P_i}{p_j}\right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \left(\frac{P_j}{P_i}\right)^2 x_j = m \to x_j^m = \frac{m}{\sum_{i=1}^{n} P_i \left(\frac{P_j}{P_i}\right)^2} = \frac{m}{P_j^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}}$$

$$u = \sum_{i=1}^{n} \frac{P_j}{P_i} x_j^{\frac{1}{2}} \to x_j^h = \left(\frac{U}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_j}{P_i}}\right)^2 = \frac{U^2}{P_j^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}}\right)^2$$

Encuentre:

b. Si el precio del bien j cambia encuentre la proporción que el efecto ingreso y sustitución representan del efecto total sobre el consumo del bien x_j (calcule el efecto total como la suma del efecto ingreso y el efecto sustitución).

$$\frac{\partial x_j^h}{\partial P_j} = -2U^2 \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_j}{P_i}}\right)^3 \left(\sum_{i \neq j}^{n} \frac{1}{P_i}\right)$$

$$-\frac{\partial x_j^m}{\partial m} x_j^h = -\frac{1}{P_j^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}} \left(\frac{U}{P_j \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}}\right)^2$$

$$\frac{EI}{ET}=\frac{\frac{1}{P_j}}{\frac{1}{P_j}+2\sum_{i\neq j}^{n}\frac{1}{P_i}};\ \frac{ES}{ET}=\frac{2\sum_{i\neq j}^{n}\frac{1}{P_i}}{\frac{1}{P_j}+2\sum_{i\neq j}^{n}\frac{1}{P_i}}$$

c. Si el precio del bien j cambia, encuentre la proporción que el efecto ingreso y sustitución representan del efecto total sobre el consumo del bien x_k. (calcule el efecto total como la suma del efecto ingreso y el efecto sustitución).

$$\frac{\partial x_j^h}{\partial P_k}=-2U^2\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{P_j}{P_i}}\right)^3\left(-\frac{P_j}{P_k^2}\right)=2U^2\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{P_j}{P_i}}\right)^3\left(\frac{P_j}{P_k^2}\right)$$

$$-\frac{\partial x_j^m}{\partial m}x_k^h=-\frac{1}{P_j^2\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\left(\frac{U}{P_k\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^2$$

$$\frac{EI}{ET}=-\frac{1}{1+\frac{1}{P_j}};\ \frac{ES}{ET}=\frac{\frac{1}{P_j}}{1+\frac{1}{P_j}}$$

d. Compruebe la agregación de Engels para esta función de utilidad.

$$\sum_{j=1}^{n}P_j\frac{\partial x_j^m}{\partial m}=\sum_{j=1}^{n}P_j\frac{1}{P_j^2\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}=\frac{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{P_j}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}=1$$

e. Compruebe la agregación de Cournot para esta función de utilidad para todos los bienes.

$$x_k+\sum_{j=1}^{n}P_j\frac{\partial x_{ji}^m}{\partial P_k}=x_k+\sum_{j=1}^{n}P_j\frac{m}{P_j^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^2\left[-\left(\frac{1}{P_k}\right)^2\right]$$

$$=x_k-\frac{m}{P_k^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^2\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{P_j}\right)=x_k-\frac{m}{P_k^2}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{P_j}\right)=0$$

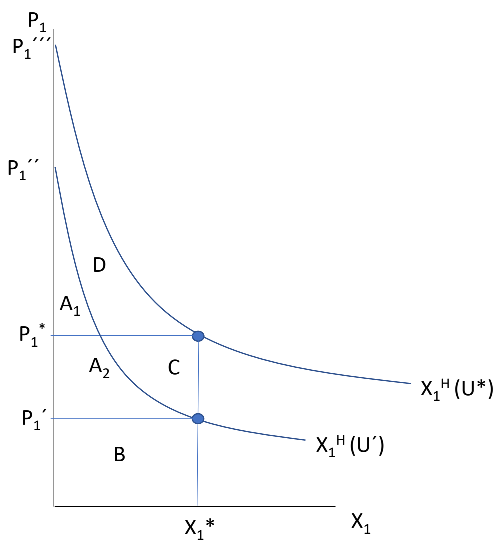
f. Compruebe la simetría de Hicks para todos los bienes.

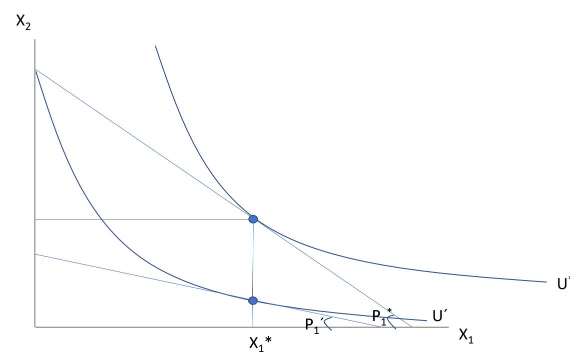
$$x_j^h=\frac{U^2}{P_j^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^2;\ x_k^h=\frac{U^2}{P_k^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^2$$

$$\frac{\partial x_j^h}{\partial P_k} = -\frac{2U^2}{P_j^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^3\left(-\frac{1}{P_k^2}\right) = 2U^2\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^3\left(\frac{1}{P_j^2}\right)\left(\frac{1}{P_k^2}\right)$$

$$\frac{\partial x_k^h}{\partial P_j} = -\frac{2U^2}{P_k^2}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^3\left(-\frac{1}{P_j^2}\right) = 2U^2\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{P_i}}\right)^3\left(\frac{1}{P_k^2}\right)\left(\frac{1}{P_j^2}\right)$$

Pregunta 3. Preferencias reveladas y medidas de bienestar





a. Una persona consume dos bienes cuyos precios son igual a 1 y posee un ingreso de 100. El consumidor tiene una función de utilidad igual a $U(x_1, x_2) = x_1 + \ln(x_2)$. Encuentre el nivel de consumo óptimo de x_1 y calcule el bienestar de este consumidor para esa cantidad de x_1 encontrada según la Variación Equivalente (VE), Variación Compensada (VC), Excedente del Consumidor Hicksiano (ECH) y Excedente del Consumidor Marshalliano (ECM).

$$x_1^M = \frac{m}{P_1} - 1;\ x_1^H = U - ln\frac{P_1}{P_2};\ x_1^* = 99;\ x_2^* = 1;\ U^* = 99$$

$$E.C.M. = \int_1^{100}\left(\frac{100}{P_1} - 1\right)dP_1 = (100\ln P_1 - P_1)|_1^{100} = 100\ln(100) - 99$$

$$Si\ x_1 = 0, x_2 = 100 \Longrightarrow U' = ln100$$

$$Para\ x_1 = 99, U' = ln100 \Longrightarrow ln100 = 99 + \ln(P_1) \Longrightarrow \boldsymbol{P_1^{'}} = \boldsymbol{e^{ln100-99}} = \frac{\mathbf{100}}{\boldsymbol{e^{99}}}$$

$$\int_{P_1'}^{P_1''} x_1^H = \int_{P_1'}^{P_1''} (U - lnP_1)dP_1 = (UP_1 - P_1\ln P_1 + P_1)|_{P_1'}^{P_1''}$$

$$V.C. = A_1 + A_2 = 100 - e^{ln100-99}[\ln(100) - lne^{ln100-99} + 1] = 100\left(1 - \frac{100}{e^{99}}\right)$$

$$A_2 + C = \left(1 - \frac{100}{e^{99}}\right)99$$

$$E.C.H. = V.C. - (A_2 + C) = 100\left(1 - \frac{100}{e^{99}}\right) - 99\left(1 - \frac{100}{e^{99}}\right) = \left(1 - \frac{100}{e^{99}}\right)$$

$$U^* = 99 \Longrightarrow x_1^H = 99 - lnP_1''' = 0 \Longrightarrow P_1''' = e^{99}$$

$$V.E. = 99e^{99} - e^{99}lne^{99} + e^{99} - 100 = e^{99} - 100$$

$$V.E. > ECM > V.C. > ECH$$

b. Una persona consume dos bienes cuyos precios son igual a 2 y posee un ingreso de 75. El consumidor tiene una función de utilidad igual a $U(x_1, x_2) = x_1 + \ln(x_2)$. Encuentre el nivel de consumo óptimo de x_1 y calcule el bienestar de este consumidor para esa cantidad de x_1 encontrada según la Variación Equivalente (VE), Variación Compensada (VC), Excedente del Consumidor Hicksiano (ECH) y Excedente del Consumidor Marshalliano (ECM).

$$x_1^M = \frac{m}{P_1} - 1;\ x_1^H = U - ln\frac{P_1}{P_2}; x_1^* = 74;\ x_2^* = 1;\ U^* = 74$$

$$E.C.M. = \int_1^{75} \left(\frac{75}{P_1} - 1\right) dP_1 = (75\ln P_1 - P_1)|_1^{75} = 75\ln(75) - 74$$

$$Si\ x_1 = 0, x_2 = 75 \Longrightarrow U' = ln75$$

$$Para\ x_1 = 74, U' = ln75 \Longrightarrow ln75 = 74 + \ln(P_1) \Longrightarrow \boldsymbol{P_1' = e^{ln75-74}} = \boldsymbol{\frac{75}{e^{74}}}$$

$$\int_{P_1'}^{P_1''} x_1^H = \int_{P_1'}^{P_1''} (U - lnP_1)dP_1 = (UP_1 - P_1\ln P_1 + P_1)|_{P_1'}^{P_1''}$$

$$V.C. = A_1 + A_2 = 75 - e^{ln75-74}[\ln(75) - lne^{ln75-74} + 1] = 75\left(1 - \frac{75}{e^{74}}\right)$$

$$A_2 + C = \left(1 - \frac{75}{e^{74}}\right)74$$

$$E.C.H. = V.C. - (A_2 + C) = 75\left(1 - \frac{75}{e^{74}}\right) - 74\left(1 - \frac{75}{e^{74}}\right) = \left(1 - \frac{75}{e^{74}}\right)$$

$$U^* = 74 \Longrightarrow x_1^H = 74 - lnP_1''' = 0 \Longrightarrow P_1''' = e^{74}$$

$$V.E. = 74e^{74} - e^{74}lne^{74} + e^{74} - 75 = e^{74} - 75;$$

$$V.E. > ECM > V.C. > ECH$$

c. Una persona consume dos bienes cuyos precios son igual a 1 y posee un ingreso de 100. El consumidor tiene una función de utilidad igual a $U(x_1, x_2) = \ln(x_1 - 1) - 2\ln(100 - x_2)\,, x_1 > 1;\ x_2 < 100$. Encuentre el nivel de consumo óptimo de x_1 y calcule el bienestar de este consumidor para esa cantidad de x_1 encontrada según la Variación Equivalente (VE), Variación Compensada (VC), Excedente del Consumidor Hicksiano (ECH) y Excedente del Consumidor Marshalliano (ECM).

$$\frac{100 - x_2}{2(x_1 - 1)} = \frac{P_1}{P_2};\ U = \ln(x_1 - 1) - 2\ln\left[(x_1 - 1)2\frac{P_1}{P_2}\right] = -\ln(x_1 - 1) - \ln\left(2\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$x_1^H = \frac{P_2^2}{4e^U P_1^2} + 1;$$

$$P_1 x_1 + P_2\left[100 - \frac{P_1}{P_2}2(x_1 - 1)\right] = m \Rightarrow x_1^M = -\frac{mP_2}{2P_1 - P_1P_2} + \frac{100P_2^2}{2P_1 - P_1P_2} + \frac{P_1}{2P_1 - P_1P_2}$$

$$\Rightarrow Si\ m = 100\ \wedge P_2 = 1 \Longrightarrow x_1^M \to 1, \forall P_{1;}\ x_1^* = 1 + \varepsilon;\ x_2^* = 99 - \varepsilon;\ U^* = \ln(\varepsilon) \to \infty$$

$$E.C.M. = E.C.H. = V.C. = V.E. \longrightarrow \infty$$

d. Una persona consume dos bienes cuyos precios son igual a 2 y posee un ingreso de 75. El consumidor tiene una función de utilidad igual a $U(x_1, x_2) = \ln(x_1 - 1) - 2\ln(100 - x_2)\,, x_1 > 1;\ x_2 < 100$. Encuentre el nivel de consumo óptimo de x_1 y calcule el bienestar de este consumidor para esa cantidad de x_1 encontrada según la Variación Equivalente (VE), Variación Compensada (VC), Excedente del Consumidor Hicksiano (ECH) y Excedente del Consumidor Marshalliano (ECM).

$$\frac{100 - x_2}{2(x_1 - 1)} = \frac{P_1}{P_2};\ U = \ln(x_1 - 1) - 2\ln\left[(x_1 - 1)2\frac{P_1}{P_2}\right] = -\ln(x_1 - 1) - \ln\left(2\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$x_1^H = \frac{P_2^2}{4e^U P_1^2} + 1;$$

$$P_1 x_1 + P_2\left[100 - \frac{P_1}{P_2}2(x_1 - 1)\right] = m \Rightarrow x_1^M = -\frac{mP_2}{2P_1 - P_1P_2} + \frac{100P_2^2}{2P_1 - P_1P_2} + \frac{P_1}{2P_1 - P_1P_2}$$

$$\Rightarrow Si\ m = 75\ \wedge P_2 = 2 \Longrightarrow x_1^M se\ indefine$$